

TOME 138 • 7^e SÉRIE • N° 1-4 • 2017

Revue de Synthèse



PHILOSOPHIE CONTEMPORAINE DE MATHÉMATIENS : ÉVARISTE GALOIS, GIAN-CARLO ROTA, GILLES CHÂTELET

Charles Alunni, Yves André & Catherine Paoletti (dir.)

GIAN-CARLO ROTA, GILLES CHÂTELET : UNE COMBINATOIRE

Charles Alunni, Fabrizio Palombi, Pierre Cartier, Carlos Lobo,
Frédéric Patras, Albino Lanciani, Mario Castellana,
Thibault Damour, Yves André, Catherine Paoletti

DOCUMENTS

Évariste Galois, Georges Canguilhem, Jean-Toussaint Desanti, Gilles Châtelet



Nul ou si l'on
a présent.

(7)

Galot

né le

en

à

département de

 Les titres et le
titre de l'écrit ont été
présentés à la commission
d'admission.

Élève du Collège Louis le Grand

(10)

 Paire et la de.

(11)

Deux lettres, pour le sujet de la lettre insérée.

EXAMEN
GÉNÉRAL

Deux lettres, en latin ou français, sur le même sujet. L'écriture sera en latin ou en français, à la discrétion de l'élève. Les lettres doivent être écrites sur papier blanc, et être accompagnées d'une lettre de recommandation de son directeur. Les lettres doivent être écrites de la main de l'élève, et être accompagnées d'une lettre de recommandation de son directeur. Les lettres doivent être écrites de la main de l'élève, et être accompagnées d'une lettre de recommandation de son directeur.

Parce que je ne suis ni appelé par nature à l'enseignement, ni par le fait, ni par le caractère, qui me rendrait absolument incapable de le faire. Dans les circonstances actuelles, il me faut donc me contenter de l'enseignement de la philosophie, et de la littérature, et de la langue latine, et de la langue française. C'est pourquoi je ne suis ni appelé par nature à l'enseignement, ni par le fait, ni par le caractère, qui me rendrait absolument incapable de le faire.

République de France
ville de Paris.

Contenu des lettres
pour le sujet de la lettre insérée
de la commission d'admission
de l'année 1829
de la lettre insérée

ÉVARISTE GALOIS ET SA DISSERTATION DE PHILOSOPHIE. CONTEXTE





Évariste GALOIS : DE HEGEL À GROTHENDIECK

Charles Alunni

Scuola Normale Superiore

École Normale Supérieure

JOURNÉE GALOIS / ENS 28 JUIN 2019

Penser ? Abstrait ? Sauve qui peut ! J'entends déjà s'écrier ainsi un félon acheté par l'ennemi afin de dénoncer cet essai parce qu'on y parlerait de métaphysique. Car « métaphysique », ainsi qu'« abstrait » et, à peu de choses près aussi, « penser », est le mot devant lequel chacun plus ou moins fuit, comme on détale devant un pestiféré.

G. W. F. HEGEL, *Qui pense abstrait ? (1807).*

Je sais bien que Hegel a dit que le concret était l'abstrait et que l'abstrait était le concret. Mais aussi cet homme pensif a mis votre science à l'envers.

Anatole FRANCE, *Le Jardin d'Épicure (1921) .*

Bibliographie :

Baptiste MÉLÈS, « Pratique mathématique et lectures de Hegel, de Jean Cavailles à William Lawvere », (2010-2011)

<https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01224100/document>

Julien PAGE, « Introduction à une théorie conceptuelle des théories de Galois », *Intelligere*, Revista de História Intelectual, Vol. II, n. 1 [2], 2016.

LA DISSERTATION DE GALOIS



« [...] il est remarquable que personne ne se soit vraiment préoccupé *du langage de Galois*, de cette langue du savant dont Lavoisier a dit qu'elle est *une véritable méthode* »

André DALMAS, *Évariste Galois. Révolutionnaire et Géomètre*, Paris, Fasquelle, « Librairie des Libelles », s.d. (1956), p. 18.

« L'extraordinaire génie d'Évariste Galois n'a pas encore conquis la place qui lui est due. Il nous reste à découvrir ***celui qui fut le philosophe du mathématicien qu'il était.*** On ne comprendra la puissance de l'un tant qu'on ignorera l'autre ».

Robert BOURGNE, p. XIII, de GALOIS (É.), 1962, *Écrits et Mémoires mathématiques*. Édition critique intégrale des manuscrits et publications d'Évariste Galois (par R. Bourgne et J.-P. Azra), Préface de J. Dieudonné, Paris, Gauthier-Villars.

« Les travaux comme ceux de Galois sont regardés comme inutiles *par les philosophes à vue courte*, qui ne veulent regarder dans la science que ses applications immédiates : ces applications ne sont possibles que parce que nous connaissons mieux le monde au milieu duquel nous vivons ; seules, les mathématiques peuvent mettre dans notre connaissance l'ordre et l'enchaînement ; elles ont elles-mêmes un ordre et un enchaînement logique qui leur sont propres, et qu'il faut découvrir en ne s'attachant qu'à elles. Ceux qui en sont capables seront toujours rares »

Déclaration de Jules Tannery en 1903, dans Préface à *La Vie d'Évariste Galois* de Dupuy, 1903, p. 6.



« L'acte-d'intuitionner les [...] nombres n'apporte pas l'aide à la science de ces mêmes [nombres] ; c'est seulement l'*acte-de-penser* à leur propos qui permet de produire au jour une telle [science] »

G.-W.-F. Hegel, *Science de la logique*, Tome II, *La Logique subjective ou Doctrine du concept*, Paris, Aubier Montaigne, 1981, éd. Labarrière-Jarkzyk, p. 82 .

« Le procédé des maîtres-en-calcul, qui donnent également une multitude de règles à propos des opérations arithmétiques, [règles] qui toutes présupposent que l'on n'a pas le *concept* de l'opération. — Mais les nombres sont un matériau dépourvu-de-concept (*begrifflos*), l'opération-de-calcul (*Rechenoperation*) est un saisir-ensemble (*zusammenfassen*) ou [un] séparer extérieurs, un procédé mécanique, au point que l'on a découvert des machines-à-calculer (Rechen-Maschinen) qui accomplissent ces opérations »

G.-W.-F Hegel, *Ibidem*, p. 180.

« Il est vain de vouloir tenir fermement [le concept] par des [...] signes algébriques au service de l'œil extérieur et d'un *type-de-traitement mécanique dépourvu de concept*, d'un *calcul* [...] Toute détermination et liaison y est quelque chose d'extérieur. Un tel [terme] [y] est le principe de la grandeur discrète, le *Un*. Cet atome dépourvu-de-relation peut se trouver augmenté jusqu'à une *multiplicité* [...] ; cet augmenter et [ce] limiter est un progresser et déterminer vide, qui en reste à ce même principe du Un abstrait »

G.-W.-F Hegel, *Ibidem*, p. 91 & 324.

« La répétition de l'Un dans le nombre ne se laisse pas relever par l'intériorité du négatif »

**Alain Badiou, *L'être et l'événement*, Paris, Seuil,
« L'ordre philosophique », *Méditation 15. Hegel*,
p. 190.**

« Dans l'analyse plus élevée, où, avec la relation-de-puissances surtout, interviennent des relations de grandeurs discrètes, [relations] qualitatives et dépendant de déterminités-conceptuelles, les problèmes et théorèmes contiennent bien, sans contredit, des déterminations synthétiques ; doivent là même se trouver prises en qualité d'intermédiaires (*Mittelglieder*) des déterminations et relations *autres* qu'[elles] ne sont *données immédiatement* par le problème ou le théorème. [...] – Le problème, par exemple trouver la somme des puissances des racines d'une équation, se trouve résolu par la considération et ensuite [la] liaison des fonctions qui sont les coefficients de l'équation des racines. La détermination, dont on s'aide ici, des fonctions des coefficients et de leur liaison n'est pas déjà exprimée dans le problème, de plus le développement est lui-même analytique.

Ainsi la solution de l'équation $x^m - 1 = 0$ à l'aide du sinus, également la solution algébrique immanente, que l'on sait trouvée par Gauss, à l'aide de la considération du *résidu* de $x^{m-1} - 1$ divisé par m , et des racines que l'on appelle primitives – une des plus importantes extensions (*Erweiterung*) de l'analyse des temps modernes – est une solution synthétique, parce que les déterminations dont on s'aide, le sinus ou la considération des résidus, ne sont pas une détermination du problème lui-même »

G.-W.-F Hegel, *Ibidem*, p. 326-327.

a) les **théories heuristiques de Galois** (théorie formelle de l'ambigüité encore insuffisamment structurée, bien que présentant la « protothéorie » de l'ambigüité-monodromie sur les surfaces de Riemann) ;

b) les **théories structurales de Galois** (la catharsis des hypothèses et la formalisation d'Artin de 1938) ;

c) enfin les **théories catégoriques de Galois** (ou catharsis des méthodes et « conditions axiomatiques d'une théorie de Galois » (in Grothendieck, *Séminaire de Géométrie Algébrique du Bois Marie – 1960-1961. Revêtements étales et groupe fondamental*, SGA 1, Berlin, New York, Lecture Notes in Math. 224, Springer-Verlag, 1971, exposé V).

1) De Cavailles à la théorie des catégories ;

2) Lawvere et le concept d'*Aufhebung* en théorie des catégories ;

3) Hegel et la dialectique de l'être et du néant

(en particulier a. Éléatisme et catégorie discrète ; b. Héraclitisme et bicatégorie ; c. Atomisme et catégorie linéaire)

philosophie synthétique de la mathématique contemporaine

fernando zalamea

Traduit de l'anglais et de l'espagnol par Charles Alunni

Cet ouvrage offre une vue panoramique du large spectre des mathématiques, modernes et contemporaines, et des nouvelles possibilités philosophiques qu'elles suggèrent. En négligeant les changements conceptuels profonds apparus en mathématiques au cours du xx^e siècle, l'approche analytique dominante a en réalité entamé le divorce entre philosophie et pratique effective des mathématiques. Par l'étude de penseurs engagés dans les « mathématiques réelles » de leur époque (Lautman, Deleuze, Badiou, de Lorenzo ou Châtelet), Zalamea met au défi cette ignorance auto-imposée du « faire mathématique ».

Les gestes créateurs du maître du xx^e siècle Grothendieck et de ses continuateurs (Lawvere, Connes, Shelah ou Zilber – à côté de huit autres grands mathématiciens) sont ici explorés en détail. S'appuyant sur des philosophes comme Peirce, Merleau-Ponty ou Petitot, l'auteur fixe le programme d'une épistémologie nouvelle fondée sur ces puissants instruments conceptuels forgés par l'esprit mathématique, mais négligés par les philosophes. En particulier, il ébauche une philosophie synthétique, proche de la théorie des catégories et de la logique des faisceaux, qui devrait aider à ouvrir des nouvelles portes à la pensée contemporaine.

FERNANDO ZALAMEA est professeur de mathématique à l'Université nationale de Colombie de Bogotá. Il est l'auteur d'une vingtaine d'ouvrages portant sur la métaphore, la transversalité, le transfert, l'abîme, la frontière et la raison dans le monde contemporain. Ses auteurs de référence sont Peirce, Florenski, Marey, Lispector, Vieira da Silva ou Tarkovski. Il est l'éditeur et le traducteur de l'édition espagnole des œuvres complètes d'Albert Lautman, *Ensayos sobre la dialéctica, estructura y unidad de las matemáticas modernas* (2011) et prépare une monographie sur toute l'œuvre publiée ou distribuée, mathématique et philosophique, d'Alexander Grothendieck.

ÉDITIONS  HERMANN
Depuis 1876

www.editions-hermann.fr

978 2 7056 9586 6



30€



fernando zalamea philosophie synthétique de la mathématique contemporaine

philosophie synthétique de la mathématique contemporaine

fernando zalamea


hermann
pensée des sciences

« Il faut savoir plus gré à un Mathématicien pour une démonstration, que pour mille découvertes par *Induction* ». .

Dissertation, fin du § 14.

« Le but qu'on s'est proposé est de déterminer des caractères pour la résolubilité des équations par radicaux. Nous pourrions affirmer qu'il n'existe pas dans l'analyse pure de matière plus obscure et peut-être plus isolée de tout le reste. *La nouveauté de cette matière a exigé l'emploi de nouvelles dénominations, de nouveaux caractères.* Nous ne doutons pas que cet inconvénient ne rebute les premiers pas du lecteur qui pardonne à peine au auteurs qui ont tout son crédit de lui parler *un nouveau langage* [...] Si maintenant vous me donnez une équation que vous aurez choisie à votre gré et que vous désiriez connaître si elle est ou non soluble par radicaux, je n'aurai rien à y faire que de vous indiquer le moyen de répondre à votre question, sans vouloir charger ni moi ni personne de le faire. *En un mot, les calculs sont impraticables.*

Il paraîtrait après cela qu'il n'y a aucun fruit à tirer de la solution que nous proposons.

En effet, il en serait ainsi si la question se présentait ordinairement sous ce point de vue. Mais la plupart du temps, dans les applications de l'analyse algébrique, on est conduit à *des équations dont on connaît d'avance toutes les propriétés* : propriétés au moyen desquelles il sera toujours aisé de répondre à la question par les règles que nous exposerons.

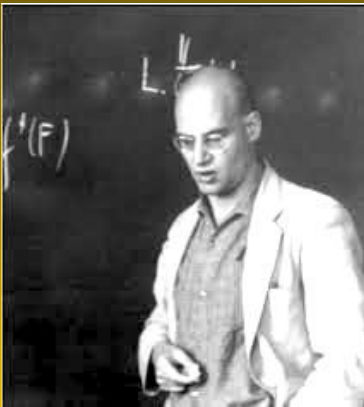
Il existe, en effet, pour ces sortes d'équations, *un certain ordre de considérations métaphysiques qui planent sur tous les calculs et qui souvent les rendent inutiles*. Je citerai, par exemple, les équations qui donnent la division des fonctions elliptiques et que le célèbre Abel a résolues. *Ce n'est certainement pas d'après leur forme numérique que ce géomètre y est parvenu*. Tout ce qui fait la beauté et à la fois la difficulté de cette théorie, c'est qu'on a sans cesse à indiquer *la marche* des calculs et à prévoir les résultats *sans jamais pouvoir les effectuer*. Je citerai les équations modulaires. »

Écrit en septembre 1830 (in DALMAS, 1982, P. 110-111).

« *Sauter à pieds joints sur les calculs, grouper les opérations, les classer suivant leurs difficultés et non suivant leurs formes, telle est, suivant moi, la mission des géomètres futurs ; telle est la voie où je suis entré dans cet ouvrage. Il ne faut pas confondre l'opinion que j'émetts ici avec l'affectation que certaines personnes ont d'éviter en apparence toute espèce de calcul, en traduisant par des phrases fort longues ce qui s'exprime très brièvement par l'algèbre, et ajoutant ainsi à la longueur des opérations les longueurs d'un langage qui n'est pas fait pour les exprimer. Ces personnes sont en arrière de cent ans. Ici rien de semblable ; ici on fait l'analyse de l'analyse : ici les calculs les plus élevés (les fonctions elliptiques) exécutés jusqu'à présent sont considérés comme des cas particuliers, qu'il a été utile, indispensable, de traiter, mais qu'il serait funeste de ne pas abandonner pour des recherches plus longues.*

Il sera temps d'effectuer les calculs prévus par cette haute analyse et *classés suivant leurs difficultés*, mais non spécifiés dans leur forme, quand la spécialité d'une fonction les réclamera. La thèse générale que j'avance ne pourra être bien comprise que quand on lira attentivement mon ouvrage qui en est une application, non que le point de vue théorique ait précédé l'application ; mais je me suis demandé, mon livre terminé, ce qui le rendait si étrange à la plupart des lecteurs, et rentrant en moi-même, *j'ai cru observer cette tendance de mon esprit à éviter les calculs dans les sujets que je traitais, et qui plus est, j'ai reconnu une difficulté insurmontable à qui voudrait les effectuer généralement* dans les matières que j'ai traitées. »

De Sainte-Pélagie, septembre 1831 (*Préface*, dans DALMAS, 1982, p. 122-123)

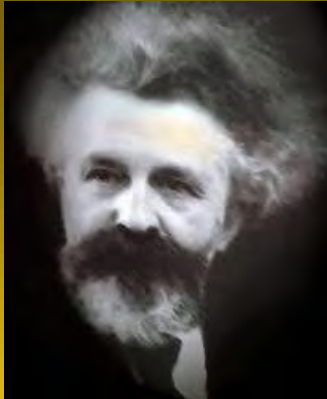


« Il semblerait bien qu'en tant que serviteur d'une vaste vision unificatrice née en moi, je sois "unique en mon genre" dans l'histoire de la mathématique de l'origine à nos jours. Désolé d'avoir l'air de vouloir me singulariser plus qu'il ne paraît permis ! À mon propre soulagement, je crois pourtant discerner une sorte de frère potentiel (et providentiel !). J'ai déjà eu tantôt l'occasion de l'évoquer, comme le premier dans la lignée de mes "frères de tempérament" : c'est Évariste Galois. Dans sa courte et fulgurante vie, je crois discerner l'amorce d'une grande vision – celle justement des "épousailles du nombre et de la grandeur", dans une vision géométrique nouvelle [...]

La filiation la plus directe que je crois reconnaître à présent avec un mathématicien du passé, est bien celle qui me relie à Évariste Galois [...] Je suis persuadé d'ailleurs qu'un Galois serait allé bien plus loin encore que je n'ai été. D'une part à cause de ses dons tout à fait exceptionnels (que je n'ai pas reçus en partage, quant à moi). D'autre part parce qu'il est probable qu'il n'aurait pas, comme moi, laissé se distraire la majeure part de son énergie, pour d'interminables tâches de mise en forme minutieuse, au fur et à mesure, de ce qui est déjà plus ou moins acquis... »

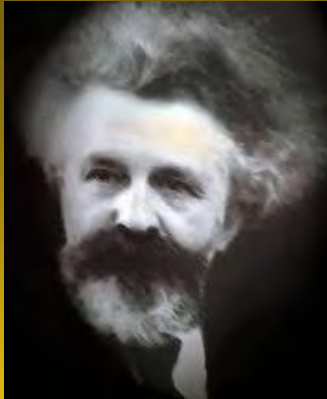
Alexandre GROTHENDIECK, *Récoltes et semailles. Réflexions et témoignage sur un passé de mathématicien*, 1985, p. 63.

- Alexandre Grothendieck, *Récoltes et Semailles*, 1985, ch. 6, « Le rêve et le rêveur », *L'héritage de Galois*.
- Alexandre Grothendieck, *Esquisse d'un programme*, § 3, «Longue marche à travers la théorie de Galois » [1981].
- *Groupe de Galois motivique* [1964].
- « *Philosophie du groupe de Galois motivique* » dans *Récoltes et Semailles*, 1985, note 542, p. 921.



« La simple transformation algébrique va nourrir les formes aux dépens les unes des autres et équilibrer leur valeur réaliste [...], affermir les cadres de la *possibilité pure*. [...] Réalité et possibilité vont se trouver subsumées sous une totalité **d'un ordre algébrique particulièrement homogène** »

Gaston BACHELARD, *La Valeur inductive de la relativité*, Paris, Vrin, 1929, p. 80.



« [L]a pensée qui anime [la relativité générale] se place résolument devant une tâche constructive où elle cherche les compléments, *les adjonctions* [...]. Autrement dit, la nouveauté relativiste n'est pas d'essence statique ; *ce ne sont pas les choses qui viennent nous surprendre, mais c'est l'esprit qui construit sa propre surprise et se prend au jeu de ses questions*. La Relativité, c'est plus qu'un renouvellement définitif dans la façon de penser le phénomène physique, c'est *une méthode* de découverte progressive »

Gaston BACHELARD, *La Valeur inductive de la relativité*, Paris, Vrin. 1929, p. 6.

« [...] Les critiques portent souvent plus d'attention au mot qu'à la phrase – à la locution plus qu'à la page. Ils pratiquent un jugement essentiellement *atomique* et *statique*. Rares sont les critiques qui essaient un nouveau système en se soumettant à son *induction*. J'imagine, en effet, que de l'auteur au lecteur devrait jouer *une induction verbale* qui a bien des caractères de l'*induction électromagnétique* entre deux circuits. *Un livre serait alors un appareil d'induction psychique qui devrait provoquer chez le lecteur des tentations d'expression originale* »

Gaston BACHELARD [1929], « Une psychologie du langage littéraire : Jean Paulhan, “Les Fleurs de Tarbes ou la Terreur dans les lettres” », in *Du droit de rêver* [1970], Paris, Presses Universitaires de France, 1988⁶, p. 181.

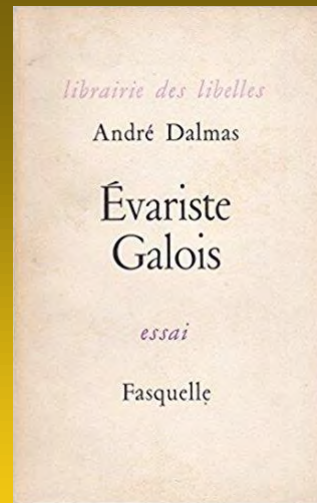
« Quels sont les éléments d'une forme poétique qui peuvent être impunément déformés par une métaphore, en laissant subsister une cohérence poétique [théorème fondamental de la *poésie projective*] ? [...] *La déformation des images doit alors désigner, d'une manière strictement mathématique, le groupe des métaphores* »

Gaston BACHELARD, *Lautréamont*, Paris, José Corti, 1939.

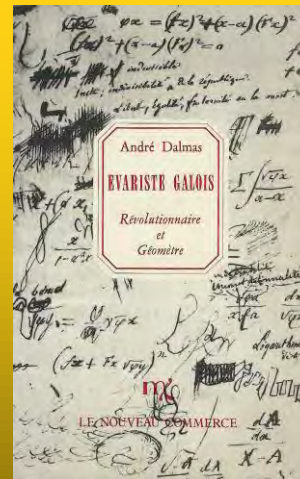
Feuilletage du Réel par la Pensée

Albert EINSTEIN, « La physique et la réalité » [1936], in *Conceptions scientifiques*, Paris, Champs Flammarion, 1990, « Stratification du système scientifique », p. 26 sq. (notion de « couches »).

Gaston BACHELARD, *Essai sur la connaissance approchée*, Paris, Vrin, 1928, p. 283 (notion de « feuillets »).



André DALMAS, *Évariste Galois. Révolutionnaire et Géomètre*, Éditions Fasquelle, 1956 [Textes d'Évariste Galois].



Réédition: Le Nouveau Commerce, 1982.

« [*l'induction* demi-raisonnement] serait à l'abri de toute objection [et serait donc un *raisonnement entier*] si l'on pouvait reconnaître *a priori* que les individus [...] n'ont [...] rien de commun *que l'espèce*. Or, l'induction paraît être *la seule voie de communication de l'esprit avec le monde extérieur* ».

Dissertation, f° 1 r° (§ 1).

« Pourquoi accueillons-nous d'autant mieux une formule empirique, qu'elle est plus élégante ? Ne faut-il pas l'attribuer à cette *paresse de l'esprit humain* qui lui fait préférer *l'absence, même factice, des difficultés, à la peine de les résoudre ?* ».

Dissertation, fin du § 12.

« une classe de vérités qu'il nous semble *impossible* d'en déduire : [...] **les vérités mathématiques** ».

Dissertation, fin du § 12.

« Pourquoi l'esprit humain est-il d'autant plus porté à croire l'induction, que les lois qu'elle lui indique sont plus simples ? Pourquoi accueillons-nous d'autant mieux une formule empirique, qu'elle est plus élégante ? Ne faut-il pas l'attribuer [] à *cette paresse de l'esprit humain qui lui fait préférer l'absence, même factice, de difficultés, à la peine de les résoudre ?* »

Dissertation 1829, feuillet 3.